b. $\int_0^1 \frac{x^3}{e^{x^2}}dx$.

c. $\int_0^{-\ln(2)} \frac{\ln\left(1+e^x\right)}{e^x}dx$.

d. $\int_1^0 x^2e^xdx$.

e. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x}\sin x dx$.

11 1. Montrer que pour tout $t>0$, $t+\frac{1}{t}\geq 2$.

2. En déduire que pour tout réel x,

$e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\geq 2$ et $\ln\left(1+e^x\right)\geq\frac{x}{2}+\ln 2$.

12 1. Montrer que pour tout réel $x\geq 0$,

$0\leq e^x-1\leq xe^x$.

2. En déduire que pour tout réel $x\geq 0$,

$0\leq e^x-1-x\leq\frac{x^2}{2}e^x$.

13 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x)=\frac{2+e^x}{1+e^x}$.

1. Trouver des réels a et b tels que pour tout réel x,

$f(x)=a+\frac{be^x}{1+e^x}$.

2. Calculer $\int_0^1 \frac{2+e^x}{1+e^x}dx$.

14 Soit la fonction $f:x\mapsto x-2+e^{-\frac{x}{2}}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Etudier les variations de f.

2. a. Vérifier que la droite $D:y=x-2$ est une asymptote à C_f.

b. Tracer D et C_f.

3. Soit $\lambda>0$ et la droite $\Delta:x=\lambda$.

On note $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par C_f, D, Δ et l'axe des ordonnées.

Calculer $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

15 Soit la fonction $f:x\mapsto\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Etudier la parité de f.

2. a. Etudier les variations de f.

b. Tracer C_f.

3. Soit $\lambda>1$ et la droite $\Delta:x=\lambda$.

On note $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par C_f, Δ, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

Calculer $A(\lambda)$.

16 1. a. Montrer que pour tout réel non nul x,

$e^x>1+x$.

b. En déduire que

i. Pour tout réel non nul x on a $e^{-x}>1-x$.

ii. Pour tout réel x de $]0,1[$ on a $e^x<\frac{1}{1-x}$.

2. Soit les suites $\left(u_n\right)$ et $\left(v_n\right)$ définies par

$u_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ et $v_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$, $n\geq 1$.

a. Montrer que pour tout entier naturel non nul n,

$u_n<e<v_n$.

b. Sachant que $2<e<3$, montrer que $v_n-u_n\leq\frac{3}{n}$

c. En déduire un encadrement de e d'amplitude 10^{-6}.

17 1. Calculer les intégrales $A=\int_0^1\frac{e^x}{1+e^x}dx$ et

$B=\int_0^1\frac{e^x}{(1+e^x)^2}dx$.

2. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout

$t>0$, $\frac{1}{(1+t)^2}=a+\frac{bt}{(1+t)}+\frac{ct}{(1+t)^2}$.